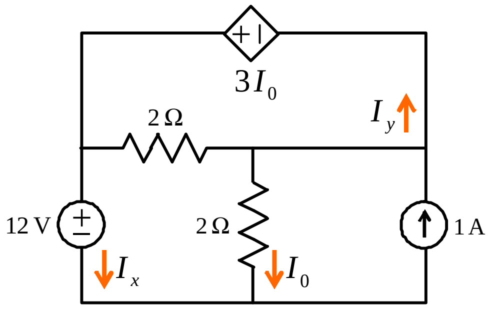
Problemas Resueltos de ...
Métodos de Análisis de Circuitos (Tema 2)

ANALISIS DE CIRCUITOS
Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación (Universidad de Cantabria)

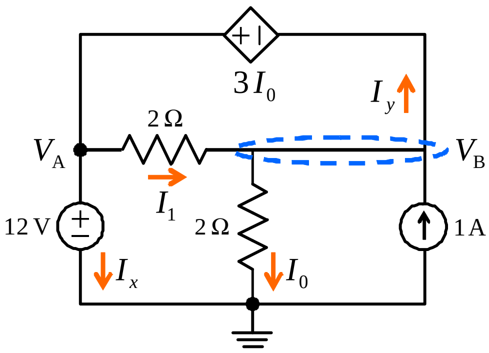
17 de febrero de 2011

1. Calcular las tensiones de nudo y las corrientes I_x e I_y del circuito de la figura.



Solución:

Según se ilustra en la figura, el circuito propuesto tiene 2 nudos más el nudo de referencia.



La tensión en el nudo A se obtiene simplemente por inspección

$$\boxed{V_{\rm A} = 12 \quad \text{V}}$$

Para obtener la tensión en el nudo B nos fijamos en que los nudos A y B están unidos por una fuente de tensión, luego

$$V_{\rm A} - V_{\rm B} = 3I_0$$

Para determinar I_0 basta con aplicar la ley de Ohm en la resistencia vertical de 2 Ω, esto es

$$I_0 = \frac{V_{\rm B}}{2}$$

Sustitutendo este resultado en la ecuación anterior se obtiene

$$V_{\rm A} - V_{\rm B} = \frac{3}{2}V_{\rm B} \Rightarrow \boxed{V_{\rm B} = \frac{24}{5} \quad \text{V}}$$

Para calcular las corrientes I_x e I_y comenzamos determinando las corrientes I_0 e I_1. Posteriormente aplicaremos la KCL en cada uno de los nudos.

Según acabamos de obtener

$$I_0 = \frac{V_{\rm B}}{2} = \frac{12}{5} \quad \text{A}$$

Para obtener I_1 aplicamos la ley de Ohm en la resistencia horizontal de 2 Ω, esto es

$$I_1 = \frac{V_{\rm A} - V_{\rm B}}{2} = \frac{1}{2} \times \left(12 - \frac{24}{5}\right) = \frac{18}{5} \quad \text{A}$$

La KCL en el nudo B establece:

$$1 + I_1 = I_0 + I_y$$

Despejando I_y y sustituyendo los valores de I_0 e I_1, resulta

$$I_y = 1 + I_1 - I_0 \Rightarrow \boxed{I_y = \frac{11}{5} \quad \text{A}}$$

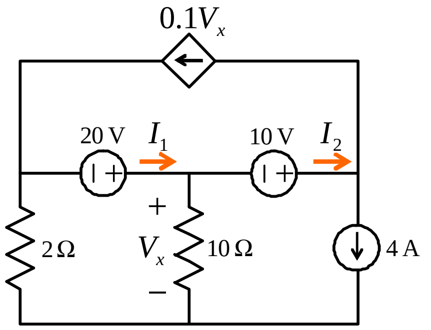
Análogamente, la KCL para el nudo A es:

$$I_y = I_1 + I_x,$$

de donde

$$I_x = I_y - I_1 \Rightarrow \boxed{I_x = -\frac{7}{5} \quad \text{A}}$$

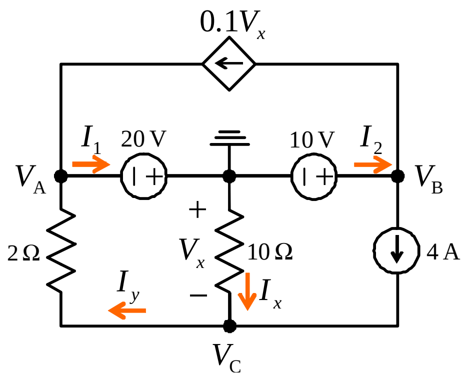
2. Calcular las tensiones de nudo y las corrientes I_1 e I_2 del circuito de la figura aplicando análisis nodal.



Solución:

El análisis nodal se basa en la ecuación de Kirchhoff de los nudos (KCL) y emplea como variables de circuito las tensiones de nudo. La presencia de fuentes de tensión puede complicar el análisis de nudos. En estos casos, el análisis de nudos resulta más sencillo si las fuentes de tensión tienen alguno de sus terminales conectado al nudo de referencia del circuito (a la tierra).

En el circuito que plantea el enunciado tenemos dos fuentes de tensión que comparten un nudo común. En consecuencia, tomaremos dicho nudo como referencia. Además, tal como se ilustra en la figura, el circuito tiene otros tres nudos adicionales. Por tanto debemos calcular las tensiones de nudo V_{A}, V_{B} y V_{C}. También hemos etiquetado, en el circuito, las corrientes de rama I_x e I_y.



El valor de V_{A} y V_{B} puede obtenerse simplemente por inspección:

$$\boxed{V_{\mathrm{A}} = -20 \quad \mathrm{V} \qquad \text{y} \qquad V_{\mathrm{B}} = 10 \quad \mathrm{V}}$$

Para calcular V_{C} aplicamos la KCL en el nudo C:

$$4 + I_x = I_y$$

Empleando ahora la ley de Ohm para expresar las corrientes de rama en función de las tensiones de nudo y resolviendo para V_{C} se obtiene:

$$4 + \frac{0 - V_{\mathrm{C}}}{10} = \frac{V_{\mathrm{C}} + 20}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_{\mathrm{C}} = -10 \quad \mathrm{V}}$$

Una vez obtenidas las tensiones de nudo, calcularemos las corrientes de rama I_1 e I_2. Comenzamos aplicando la KCL en el nudo B:

$$I_2 = 4 + 0{,}1V_x$$

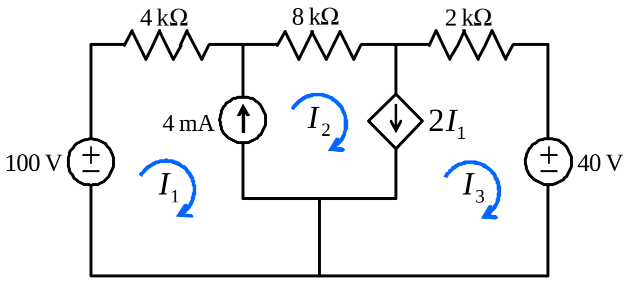
Teniendo en cuenta que $V_x = 0 - V_{\mathrm{C}} = 10\mathrm{V}$, resulta

$$\boxed{I_2 = 5 \quad \mathrm{A}}$$

Para calcular I_1 aplicamos la KCL en el nudo de referencia

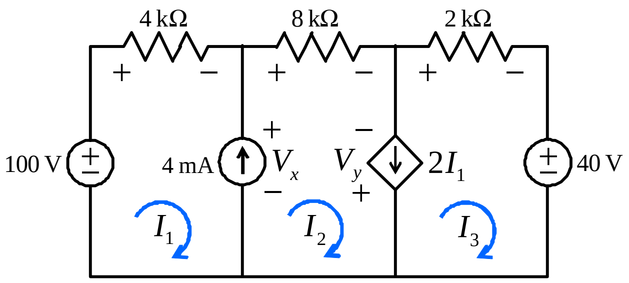
$$I_1 = I_x + I_2 = \frac{-V_{\mathrm{C}}}{10} + I_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_1 = 6 \quad \mathrm{A}}$$

3. Obtener mediante análisis de mallas las corrientes I_1, I_2 e I_3 del circuito de la figura. Calcular la tensión entre los terminales de la fuente de 4 mA.



Solución:

Se trata de un problema de análisis de mallas en un circuito con fuentes de corriente. Las dos fuentes de corriente están situadas en ramas compartidas por dos mallas. Por tanto, antes de aplicar el análisis de mallas asignamos a cada fuente una tensión. Además asignamos polaridad a las resistencias. El resultado se muestra en la figura.



Una vez realizado el preprocesado del problema, estamos en condiciones de plantear las ecuaciones de malla aplicando la KVL a cada malla:

$$\begin{aligned}
\text{malla 1:} \quad & -100 + \left(4\times 10^3\right) I_1 + V_x = 0 \\
\text{malla 2:} \quad & -V_x + \left(8\times 10^3\right) I_2 - V_y = 0 \\
\text{malla 3:} \quad & +V_y + \left(2\times 10^3\right) I_3 + 40 = 0
\end{aligned}$$

Además, debemos añadir las ecuaciones de fuente para cada una de las fuentes de corriente. Para ello, expresamos el valor de cada fuente en función de las corrientes de malla:

$$\begin{aligned}
\text{fuente indep.:} \quad & I_2 - I_1 = 4\times 10^{-3} \\
\text{fuente dep.:} \quad & I_2 - I_3 = 2I_1
\end{aligned}$$

En definitiva tenemos 5 ecuaciones con 5 incógnitas.

La estrategia para resolver estos problemas es comenzar eliminando las tensiones asignadas a las fuentes de corriente. Para ello sumamos las 3 ecuaciones de malla, resultando

$$2I_1 + 4I_2 + I_3 = 30\times 10^{-3} \tag{1}$$

Esta ecuación junto a las ecuaciones para las fuentes de corriente forman un sistema de tres ecuaciones con tres incognitas:

$$\begin{aligned}
2I_1 + 4I_2 + I_3 &= 30\times 10^{-3} && \text{(2a)} \\
-I_1 + I_2 &= 4\times 10^{-3} && \text{(2b)} \\
2I_1 - I_2 + I_3 &= 0 && \text{(2c)}
\end{aligned}$$

Para resolver este sistema despejamos I_1 en (2b), esto es, $I_1 = I_2 - 4\times 10^{-3}$ y sustituimos el resultado en (2a) y (2c):

$$\begin{aligned}
6I_2 + I_3 &= 38\times 10^{-3} \\
I_2 + I_3 &= 8\times 10^{-3}
\end{aligned}$$

Restando estas dos ecuaciones queda

$$5I_2 = 30\times 10^{-3} \Rightarrow \boxed{I_2 = 6 \quad \text{mA}}$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación anterior resulta

$$6\times 10^{-3} + I_3 = 8\times 10^{-3} \Rightarrow \boxed{I_3 = 2 \quad \text{mA}}$$

Para calcular I_3 sustituimos en (2b) el resultado obtenido para I_2:

$$-I_1 + 6\times 10^{-3} = 4\times 10^{-3} \Rightarrow \boxed{I_1 = 2 \quad \text{mA}}$$

Finalmente, sustituimos este resultado en la ecuación de la malla 1, obteniendo

$$-100 + \left(4\times 10^3\right)\times\left(2\times 10^{-3}\right) + V_x = 0 \Rightarrow \boxed{V_x = 92 \quad \text{V}}$$